

Supremum, limity

3c. cvičení

Matematika 1, NMMA701, Ondřej Bouchala

Příklady:

* 1. Nechť $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je funkce. O f řekneme, že je **nerozhodná**, pokud je na nějakém otevřeném intervalu rostoucí a na nějakém otevřeném intervalu klesající. Zapište tuto definici pomocí kvantifikátorů.

2. Najděte suprema a infima následujících množin (pokud existují). Existují maxima a minima?

a) $\left\{ \frac{p}{p+q} : p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N} \right\}$

b) $\{ \sin x : x \in [0, 2\pi] \}$

c) $\{ \sin x : x \in (0, 2\pi) \}$

d) $\{ \sin x : x \in (0, \pi) \}$

e) $\{ n^2 - m^2 : n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N} \}$

f) $\{ n^2 - m^2 n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}, n > m \}$

g) $\{ n^2 - m^2 n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}, n \leq m \}$

h) $\{ 2^{-n} + 3^{-n} n \in \mathbb{N} \}$

i) $\{ 2^{-n} + 3^{-n} n \in \mathbb{Z} \}$

j) $\{ 5^{(-1)^m \cdot 3^n} m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z} \}$

3. Spočtěte následující limity:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^{-n}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n + \frac{1}{n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(n\pi)$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n\pi)$